Universidad Mariano Gálvez
Ingeniería Electrónica
Estadística inferencial

Conceptos básicos

Presenta

Dra. En Ing. Rita Victoria de León Ardón

Objetivo de la presentación

- Desarrollar el concepto de regresión múltiple y sus aplicaciones.
- Introducir los principios básicos de series de tiempos y aplicaciones

Compromisos previos del estudiante

- Repasar las operaciones con matrices
- Recordar la solución de sistemas de ecuaciones
- Asistencia a clase 80%

Repaso general (matrices)

Para los vectores $\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ and $\mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Encontrar

(a) $2\mathbf{y}_1 + 3\mathbf{y}_2$

(b) $\alpha\mathbf{y}_1 + \beta\mathbf{y}_2$

(c) $\mathbf{y}_3$ Dado que $3\mathbf{y}_1 - 2\mathbf{y}_2 + 4\mathbf{y}_3 = \mathbf{0}$

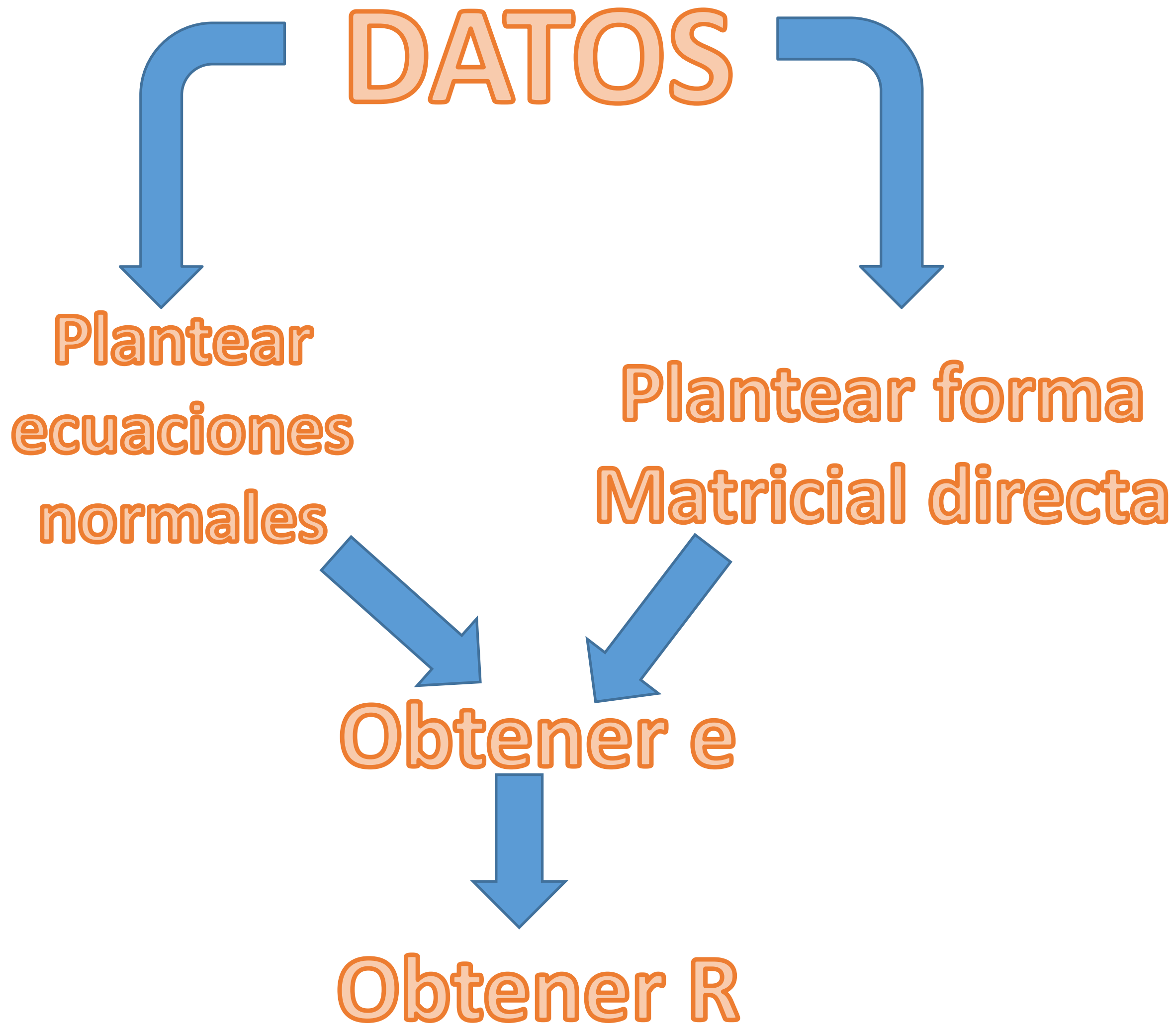
Regresión lineal simple

Se estudia la relación entre dos variables

Regresión lineal múltiple

Se estudia la relación entre tres o más variables

Modelos de regresión



Regresión lineal simple

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$$

$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

Ecuaciones normales

Formas adicionales de cálculo

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}$$

Sxy

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x})^2$$

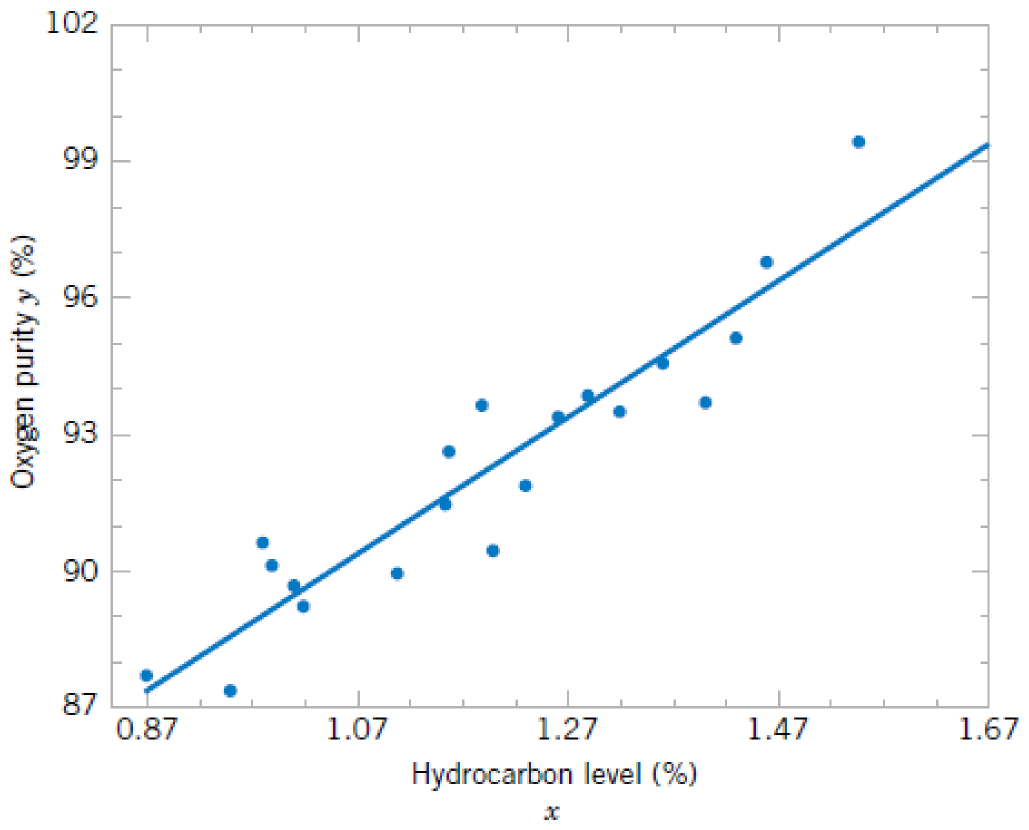
Sxx

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

Regresión lineal simple

r

l



Resolver

$$n = 20 \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 23.92 \quad \sum_{i=1}^{20} y_i = 1{,}843.21 \quad \bar{x} = 1.1960 \quad \bar{y} = 92.1605$$

$$\sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 170{,}044.5321 \quad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 29.2892 \quad \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 2{,}214.6566$$

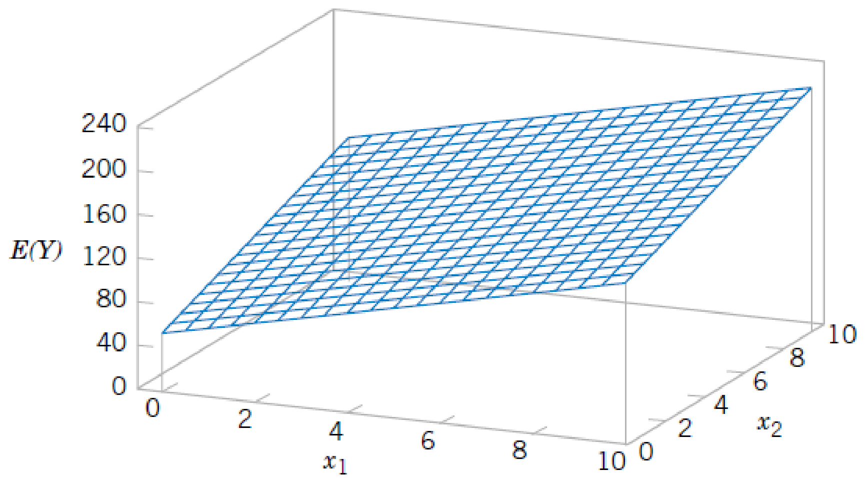
Resolver

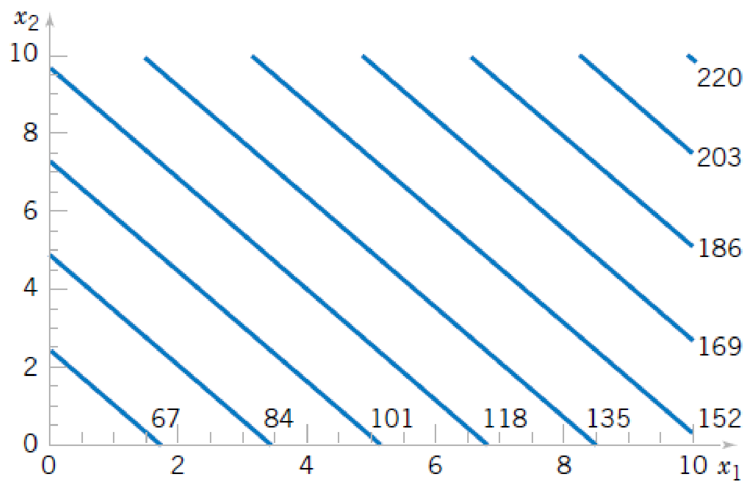
X horas	Y puntaje	XY	X^2
4	40	160	16
6	60	360	36
7	50	350	49
10	70	700	100
13	90	1170	169
40	310	2740	370

Regresión lineal bivariable

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$$

Y





$$n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} = \sum_{i=1}^{n} x_{i1}y_i$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_{i2}y_i$$

Ecuaciones normales

Regresión lineal múltiple modelo general

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon$$

$$\begin{aligned}
n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{ik} &= \sum_{i=1}^{n} y_i \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{ik} &= \sum_{i=1}^{n} x_{i1} y_i \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ik} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ik} x_{i1} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ik} x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{ik}^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_{ik} y_i
\end{aligned}$$

Ecuaciones normales

Modelos complejos de regresión múltiple

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \epsilon$$

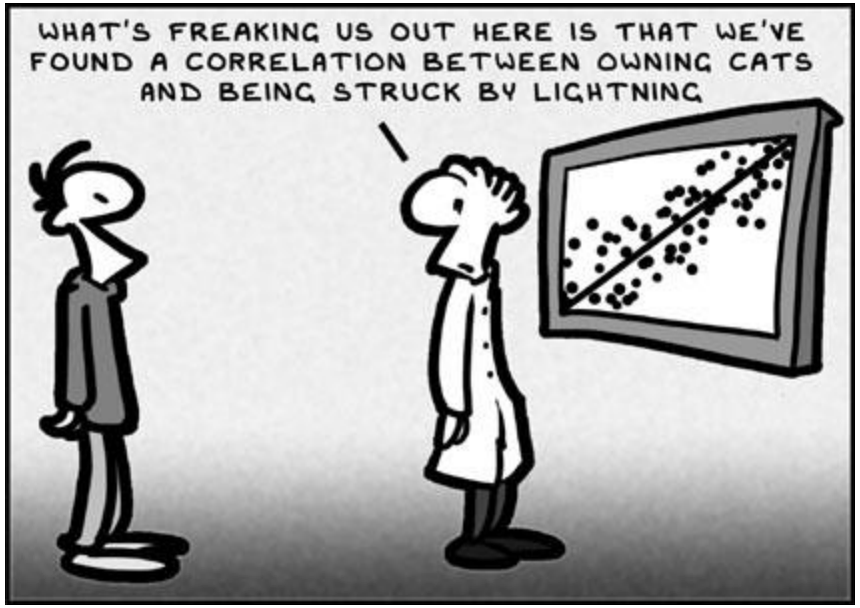
Polinomial

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon$$

Modelos de producto cruzados

Regresión lineal múltiple modelo general

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon$$



Procedimiento 1

1. *Plantear las ecuaciones normales*

$$
\begin{aligned}
n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{ik} &= \sum_{i=1}^{n} y_i \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{i1} x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{ik} &= \sum_{i=1}^{n} x_{i1} y_i \\
\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ik} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ik}x_{i1} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ik}x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^{n} x_{ik}^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_{ik} y_i
\end{aligned}
$$

2. *Resolver sistema de ecuaciones*
3. *Obtener ecuación de regresión*

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon$$

4. *Obtener e*
5. *Obtener R*

Procedimiento 2

1. *Plantear la forma matricial*

$$
\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad
\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad
\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad
\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}
$$

2. *Resolver sistema de ecuaciones*

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

3. *Obtener ecuación de regresión*

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \epsilon$$

4. *Obtener e*
5. *Obtener R*

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-p} = \frac{SS_E}{n-p}$$

p: número de parámetros
e: error total
n: número de observaciones totales

$$SCE = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

$$STCC = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \text{suma de cuadrados total}$$

$$SCR = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \text{suma de cuadrados de regresión}$$

$$STCC = SCR + SCE,$$

Coeficiente de correlación múltiple

$$R^2 = \frac{SCR}{STCC} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SCE}{STCC}.$$

Coeficiente ajustado de correlación múltiple

$$R^2_{\text{ajus}} = 1 - \frac{SCE/(n-k-1)}{STCC/(n-1)}.$$

Plantear ecuaciones normales

Muestra	Y	X_1	X_2	Muestra	Y	X_1	X_2
1	9.95	2	50	14	11.66	2	360
2	24.45	8	110	15	21.65	4	205
3	31.75	11	120	16	17.89	4	400
4	35.00	10	550	17	69.00	20	600
5	25.02	8	295	18	10.30	1	585
6	16.86	4	200	19	34.93	10	540
7	14.38	2	375	20	46.59	15	250
8	9.60	2	52	21	44.88	15	290
9	24.35	9	100	22	54.12	16	510
10	27.50	8	300	23	56.63	17	590
11	17.08	4	412	24	22.13	6	100
12	37.00	11	400	25	21.15	5	400
13	41.95	12	500				

Plantear ecuaciones normales

y	x_1	x_2
293	1.6	851
230	15.5	816
172	22.0	1058
91	43.0	1201
113	33.0	1357
125	40.0	1115

Series de tiempo

Series de tiempo

- Datos puntuales medidos en intervalos de tiempo uniformes y sucesivos.
- Se asume **Estacionariedad** es decir que los valores pasados y futuros son estadísticamente similares.
- Un concepto importante es el **de números índice:** son los que expresan un cambio promedio en las variables. Ejemplos:
  - el PIB se incremento en un 45% respecto al 2016.
  - La tasa de cambio de dólares a quetzales bajó en un 37% respecto al 2013.

Obtener los números índices (I):

Año	valor	Número índice
1999	7.54	
2001	7.45	
2002	7.34	
2003	7.23	
2004	8.98	

Tomar como año base 1999

$$I = \left(\frac{Valor_{año\ muestra} - Valor_{año\ base}}{Valor_{año\ base}}\right) * 100\%$$

Datos no estacionarios

La mayoría de los métodos para el análisis de series de tiempo suponen estacionariedad en los datos. Sin embargo, muchos procesos no son estacionarios, exhiben ciclos: ej. ventas anuales, demanda mensual, lluvia, temperatura. Cuando trabajamos con datos no estacionarios, hay que:

- **1) Transformación matemática de los datos no-estacionarios para aproximar la estacionariedad: es decir, producir una serie que tenga media y varianza constantes.**
- **2) Dividir los datos para realizar análisis separados sobre subconjuntos que sean suficientemente cortos.**

Modelos series de tiempo

$$Y_t = f(S_t, T_t, E_t)$$

Yt= son los valores actuales en un período t
St= es el componente estacional índice en el período t
Tt= es la tendencia en el período t
Et= es el componente irregular en el período t

Series de tiempo

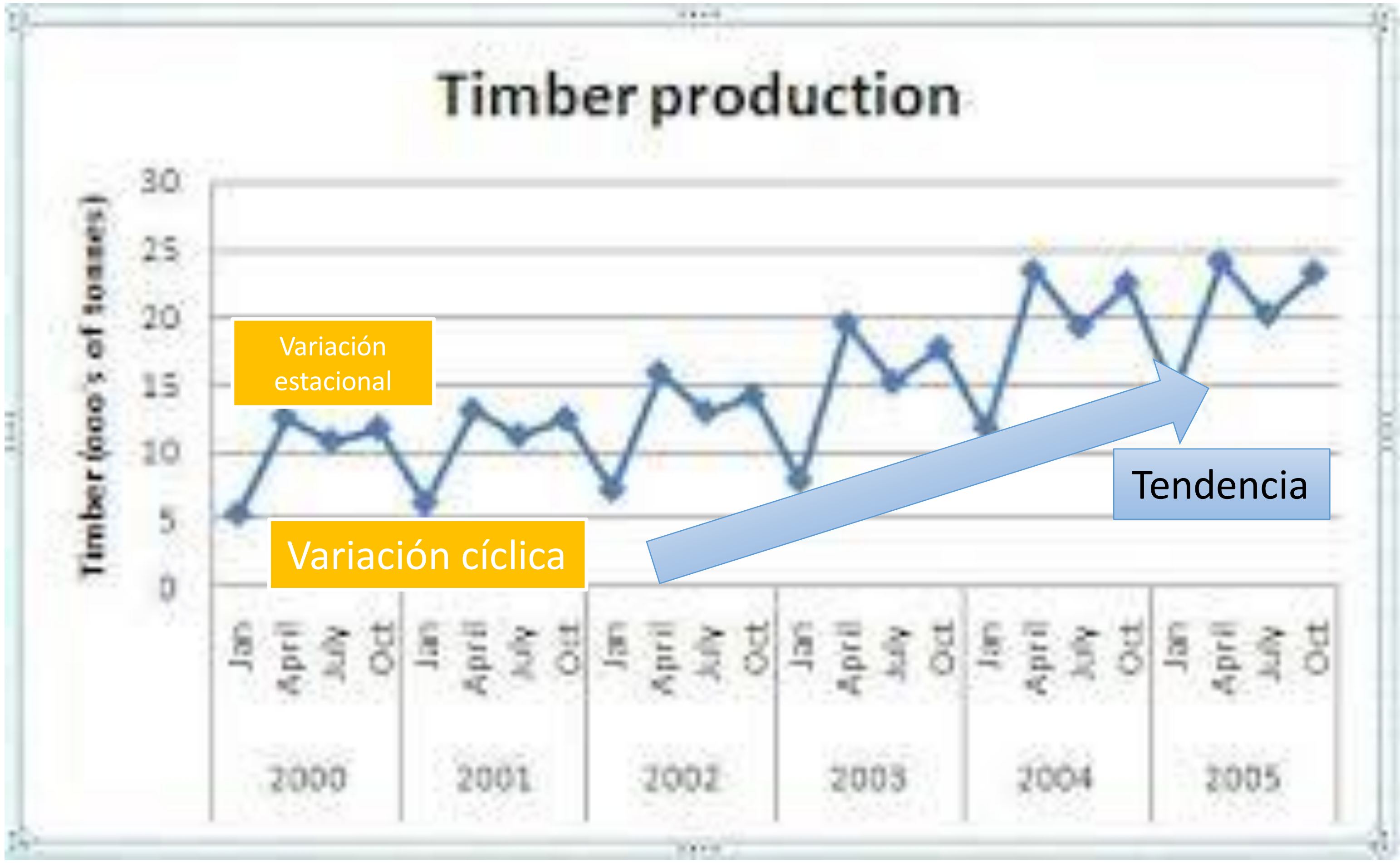
Variación accidental: es el cambio que ocurre de forma imprevisible y ocasional

Tendencia: variación predominante en toda la serie

Variación cíclica: es el cambio que ocurre en períodos mayores a un año.

Variación estacional: es el cambio entre períodos de la serie (ejemplo: verano, invierno, día-noche). Menor a un año.

Identificar los tipos de variación y la tendencia



Clases de tendencia

- Determinística: no cambia en el tiempo.
- Aleatoria: cambia con el tiempo.

Series de tiempo

	Valores observados						Valores pronosticados			
	Y_1	Y_2	Y_3	$\ldots$	Y_{n-1}	Y_n				
Período t	1	2	3	$\ldots$	$n-1$	n	$n+1$	$n+2$	$\ldots$	$n+m$
Valores estimados	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_3$	$\ldots$	$\hat{Y}_{n-1}$	$\hat{Y}_n$	$\hat{Y}_{n+1}$	$\hat{Y}_{n+2}$	$\ldots$	$\hat{Y}_{n+m}$
	F_1	F_2	F_3	$\ldots$	F_{n-1}	F_n	F_{n+1}	F_{n+2}	$\ldots$	F_{n+m}
Error	e_1	e_2	e_3	$\ldots$	e_{n-1}	e_n				

Presente

Client	Amount spent	Estimate of $\hat{Y} = 7$ Error[a]	Error squared	Estimate of $\hat{Y} = 10$ Error	Error squared	Estimate of $\hat{Y} = 12$ Error	Error squared
1	9	2	4	−1	1	−3	9
2	8	1	1	−2	4	−4	16
3	9	2	4	−1	1	−3	9
4	12	5	25	2	4	0	0
5	9	2	4	−1	1	−3	9
6	12	5	25	2	4	0	0
7	11	4	16	1	1	−1	1
8	7	0	0	−3	9	−5	25
9	13	6	36	3	9	1	1
10	9	2	4	−1	1	−3	9
11	11	4	16	1	1	−1	1
12	10	3	9	0	0	−2	4
SSE (sum of squared errors)			144		36		84
MSE (mean squared error)			12		3		7

periodo t	observación Y_t	pronóstico	Error absoluto $\lvert Y_t - F_t \rvert$	Error Absoluto porcentual $\left\lvert \frac{Y_t - F_t}{Y_t} \right\rvert 100$
1	138	182	44	31.9
2	136	138	2	1.5
3	152	136	16	10.5
4	127	152	25	19.7
5	151	127	24	15.9
6	130	151	21	16.2
7	119	130	11	9.2
8	153	119	34	22.2
Total			177	127.1

$$\text{MAE} = 177/8 = 22.1$$

$$\text{MAPE} = 127.1/8 = 15.9\%$$

Cálculos

Modelos de autorregresión

- Definimos un modelo como autorregresivo si la variable endógena de un período t es explicada por las observaciones de ella misma correspondientes a períodos anteriores añadiéndose, como en los modelos estructurales, un término de error.
- Los modelos aUtorregresivos se abrevian con la palabra AR tras la que se indica el orden del modelo: AR(1), AR(2),....AR(P)

Modelo autorregresivo de orden p -AR(p)-: expresión matemática

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + w_t$$

donde X_t *es estacionario,* $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ *son constantes* $(\phi_p \neq 0)$ *y* w_n *es un ruido blanco con media 0 y varianza* σ_w^2.

El proceso X_t tiene media 0. Si queremos analizar un proceso Y_t con media $\mu \neq 0$ podemos considerar el proceso $Y_t - \mu$.

X_t=variable de respuesta en el tiempo t
X_t-P= observación (variable predictiva) en el tiempo t-p
$\emptyset_P$=coeficentes de regresión a estimar
Wt= error en el tiempo t

Función de autocorrelación (ρ_k) o (ACF) o (r_k)

La correlación entre observaciones en P periodos de tiempo es:

$$\rho_P = \emptyset^P$$

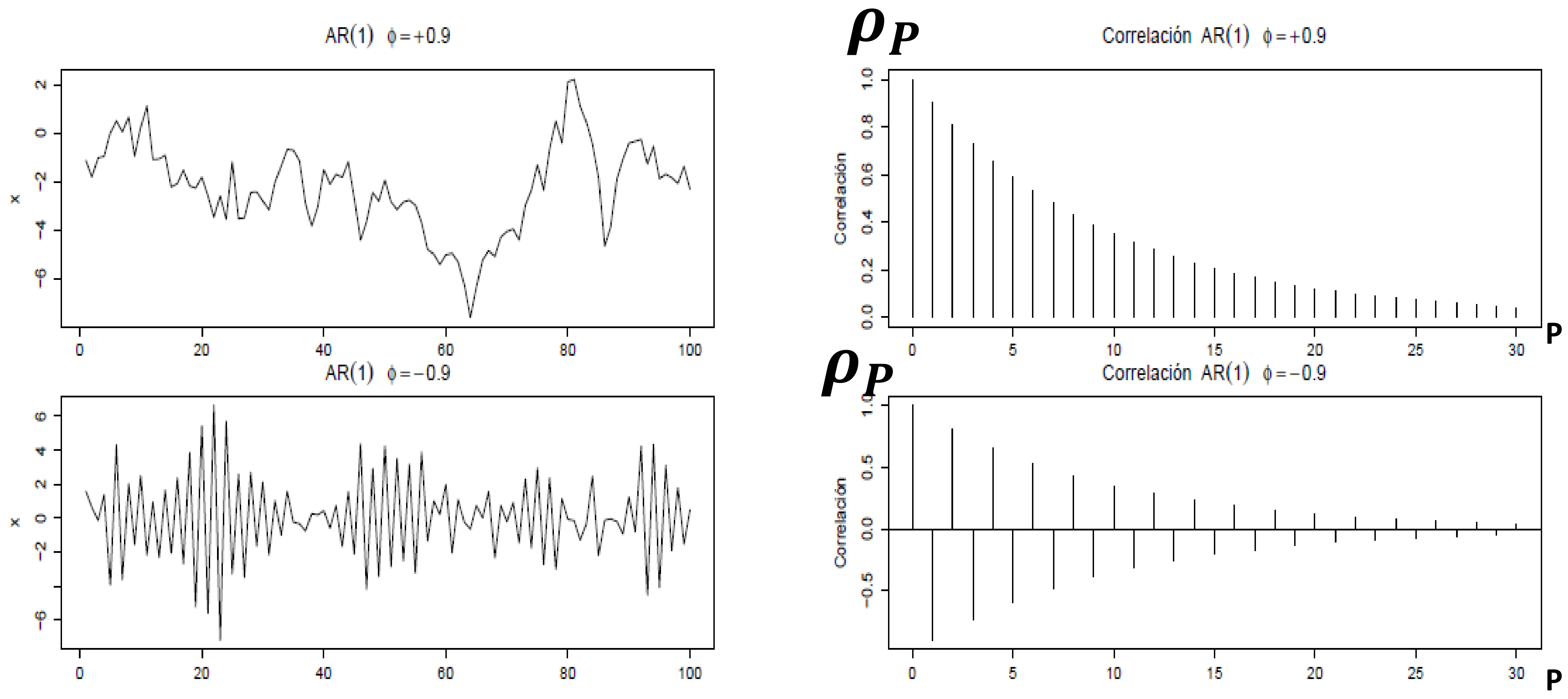
$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n} (Y_t - \bar{Y})^2}$$

AR(1)

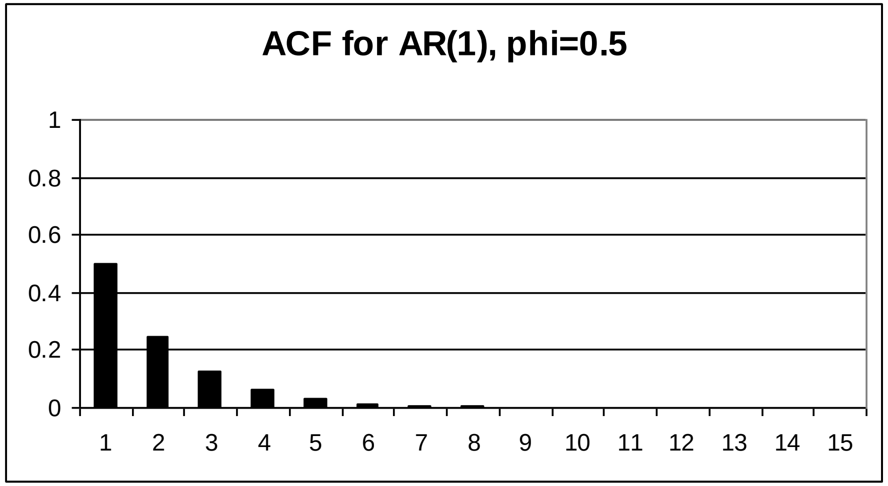
- El valor de una serie mañana (X_t) es el valor de hoy (X_{t-1}) más un cambio impredecible (w).

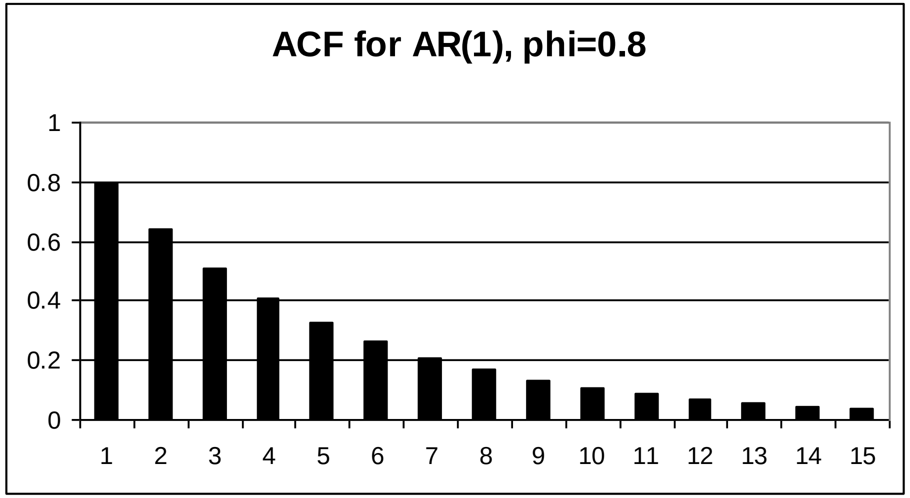
$$X_t = \phi X_{t-1} + w_t$$

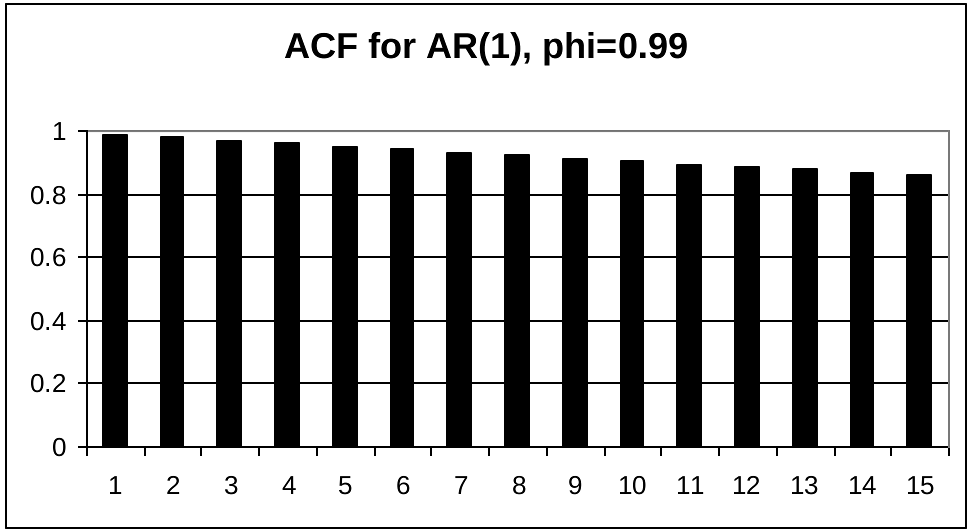
Caminata aleatoria



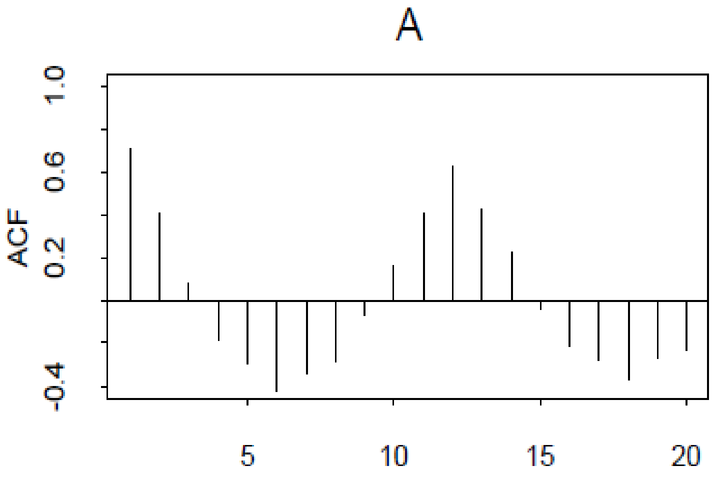
Φ está relacionado con el nivel de estabilidad

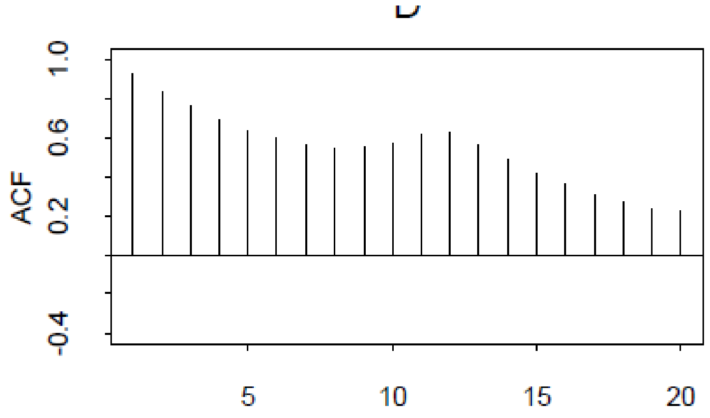

ACF for AR(1), phi=0.5
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

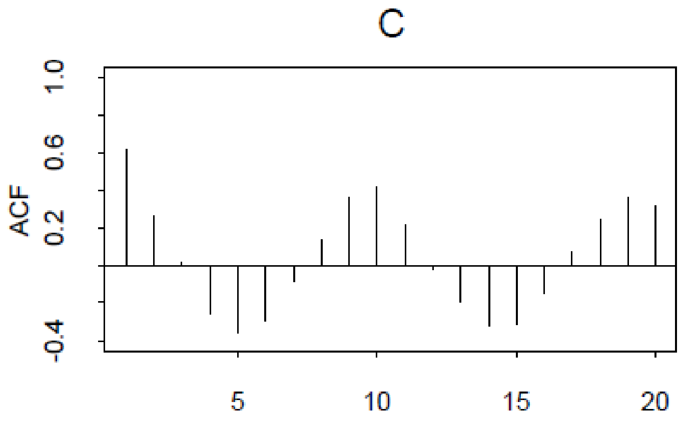

ACF for AR(1), phi=0.8
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

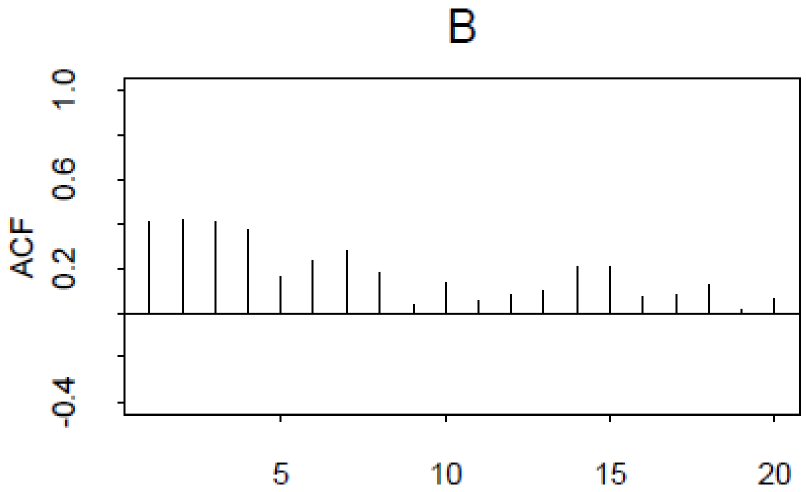

ACF for AR(1), phi=0.99
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

¿En cuál de estos gráficos Ø es negativo o positivo?

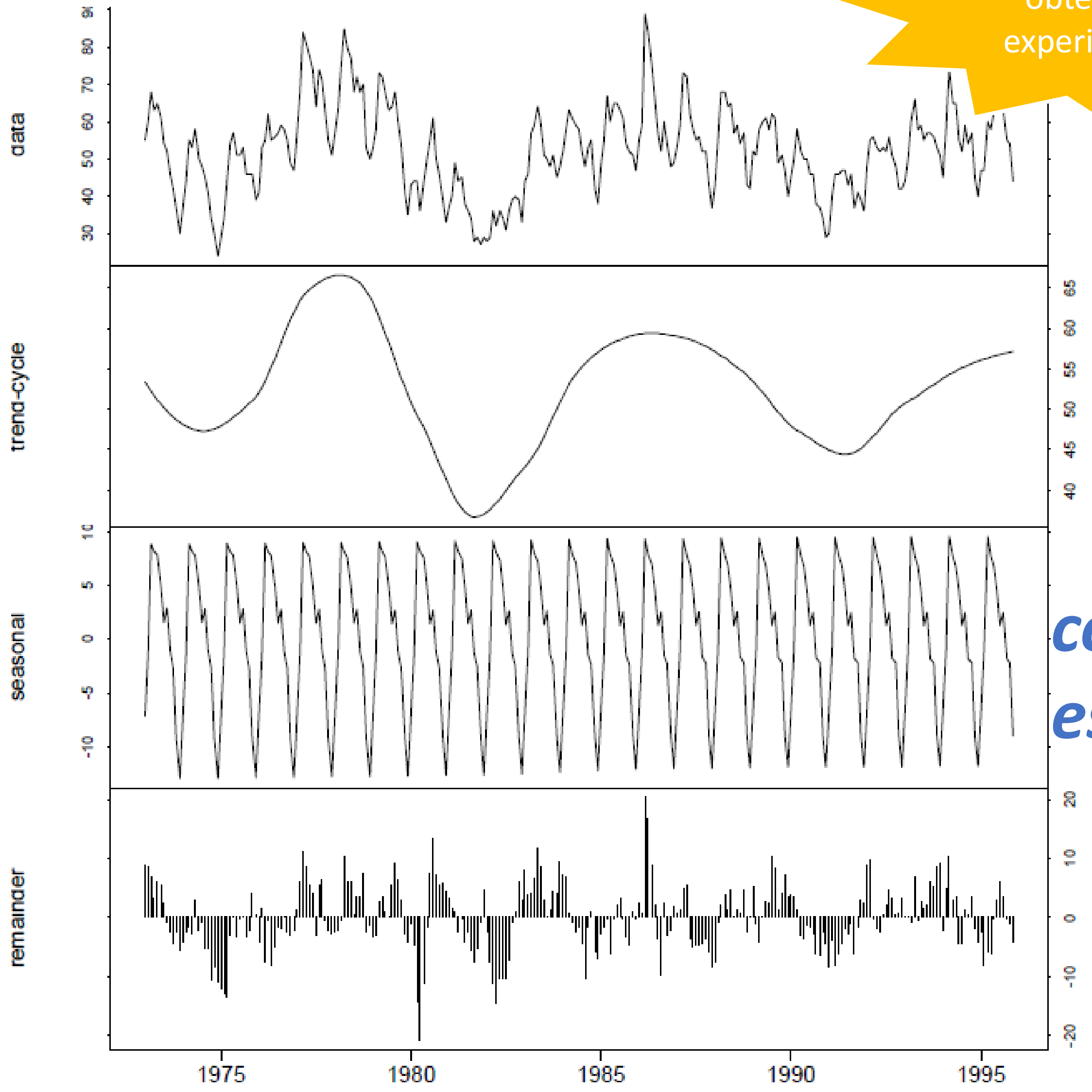








Esto es lo que obtengo de la experimentación



datos

tendencia

componente estacional

residuo

¿Qué hago para resolver el problema?

$$Y_t = S_t + T_t + E_t$$

$$Y_t = S_t \times T_t \times E_t.$$

$$\log Y_t = \log S_t + \log T_t + \log E_t.$$

1. Calcular los promedios móviles (componente tendencial)

$$T_t = \frac{1}{k} \sum_{j=-m}^{m} Y_{t+j}.$$

2. Obtener los radios (componente estacional)

$$R_t = \frac{Y_t}{T_t} \quad S_{ti} = \frac{\sum_0^i R_t}{n}$$

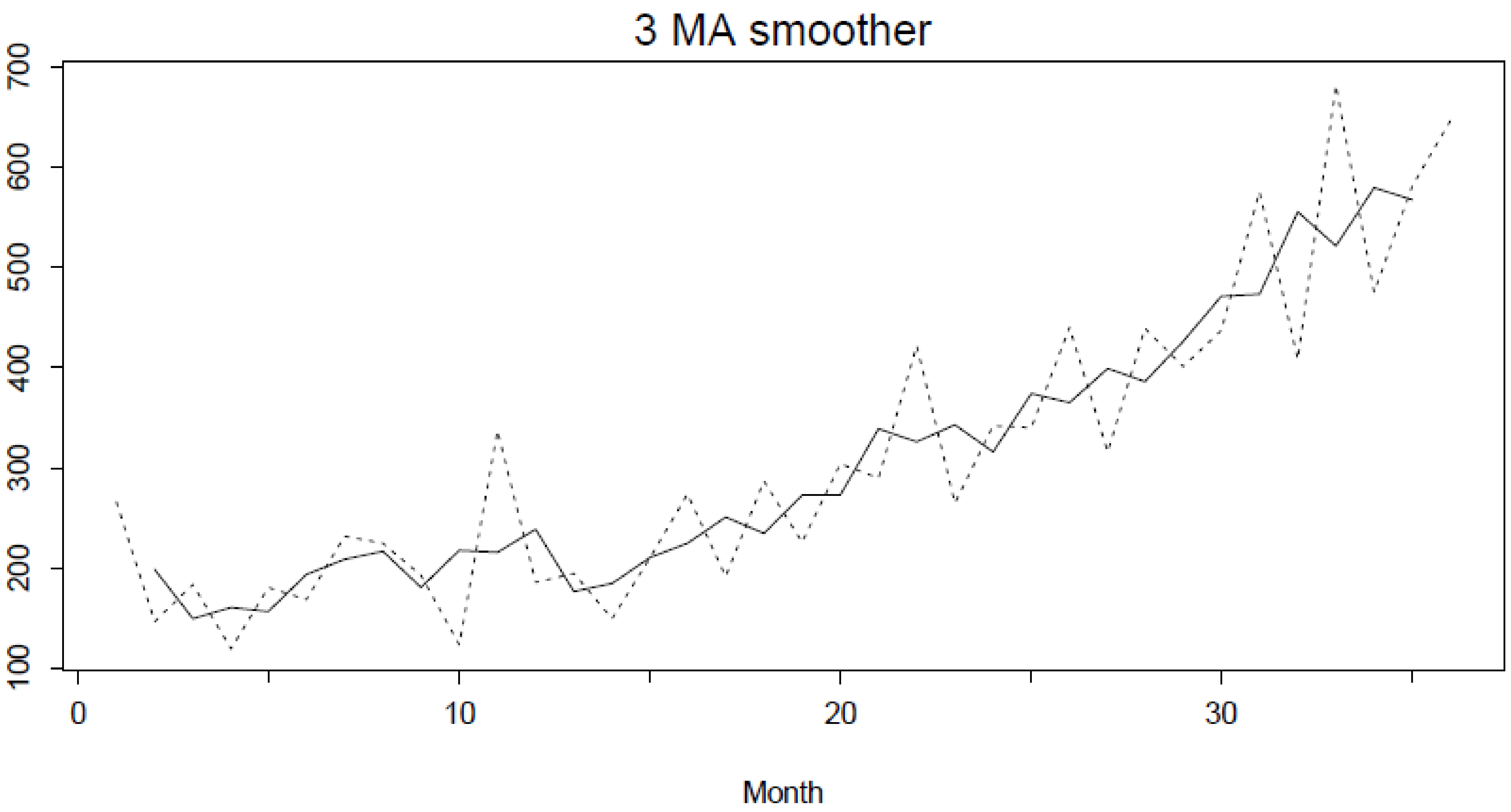
3. Obtener componente irregular

Nota: hay muchos procedimientos, este sólo es uno de ellos. Lo importante es tener claro que hay un componente tendencial uno estacional y el irregular.

$$Y_t = S_t + T_t + E_t$$

Para calcularla usar:

- **Promedios móviles**
- **Promedios móviles centrados**
- **Promedios móviles dobles**
- **Promedios con pesos**


3 MA smoother
100
200
300
400
500
600
700
0
10
20
30
Month

Promedios móviles simples pueden definirse para cualquier número impar. Un promedio móvil de orden k, donde k es un número impar está definido como el promedio que consiste en una observación y los m puntos a cada lado.

$$T_t = \frac{1}{k} \sum_{j=-m}^{m} Y_{t+j}.$$

$$m = (k-1)/2$$

$$T_t = \frac{1}{5}(Y_{t-2} + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1} + Y_{t+2})$$

K= en 5 meses, en dos meses, en tres meses…

Componente tendencial

Ejemplo: obtener el promedio móvil de la siguiente serie de datos, considerando un promedio móvil de 3.

Mes		Datos reales	Datos estimados mediante promedio móvil	Datos estimados mediante promedio móvil dobles	Pesos	Promedio móvil con pesos
Enero	1	266	266	266	0.5	=266*0.5=133
Febrero	2	145.9	$=\frac{1}{3}(266+145.9+183.1)=198.33$	$\frac{1}{3}(266+198.33+149.43)=204.59$	0.8	$=\frac{1}{3}(266*0.5+145.9*0.8+183.1*0.7)=125.94$
Marzo	3	183.1	$=\frac{1}{3}(145.9+183.1+119.3)=149.43$	$\frac{1}{3}(198.33+149.43+160.9)=169.53$	0.7	$\frac{1}{3}(145.9*0.8+183.1*0.7+119.3*0.6)=105.49$
Abril	4	119.3	$=\frac{1}{3}(183.1+119.3+180.3)=160.9$	$\frac{1}{3}(149.43+160.9+180.3)=163.54$	0.6	$\frac{1}{3}(183.1*0.7+119.3*0.6+180.3*0.5)=96.33$
Mayo	5	180.3	180.3	180.3	0.5	90.15

$$Y_t = S_t + T_t + E_t$$

Para calcularla usar:
Primero el valor irregular estacional.
Segundo calcular el índice estacional.
Tercero: des-estacionalizar la serie

Componente estacional

Mes		Datos reales (yt)	Datos estimados mediante promedio móvil (Tt)	Rt (valor irregular estacionario)
Enero	1	266	----	----
Febrero	2	145.9	198.33	=(145.9/198.33)*100=73.56
Marzo	3	183.1	149.43	=(183.1/149.43)*100=122.53
Abril	4	119.3	160.9	74.14
Mayo	5	180.3	-----	-----
				=(73.56+122.53+74.14)/3=90.076

Año	Cuatrimestre	Ventas	Promedio móvil centrado	Índice r. Valor estacional irregular
1	1	4.8		
1	2	4.1		
1	3	6.0	5.475	1.096
1	4	6.5	5.738	1.133
2	1	5.8	5.975	0.971
2	2	5.2	6.188	0.840
2	3	6.8	6.325	1.075
2	4	7.4	6.400	1.156
3	1	6.0	6.538	0.918
3	2	5.6	6.675	0.839
3	3	7.5	6.763	1.109
3	4	7.8	6.838	1.141
4	1	6.3	6.938	0.908
4	2	5.9	7.075	0.834
4	3	8.0		
4	4	8.4		

Cuatrimestre	Índice r. Valor estacional irregular			Índice estacional (valores r promediados)
1	0.971	0.918	0.908	0.93
2	0.840	0.839	0.834	0.84
3	1.096	1.075	1.109	1.09
4	1.133	1.156	1.141	1.14

Año (1)	Cuatrimestral (2)	Observación (3)	Ventas (4)	Índice estacional - valores r promediados- (5)	Des-estacionalizadas (6)
1	1	1	4.8	0.93	5.16 5.16=4.8/0.93
	2	2	4.1	0.84	4.88
	3	3	6.0	1.09	5.50
	4	4	6.5	1.14	5.70
2	1	5	5.8	0.93	6.24
	2	6	5.2	0.84	6.19
	3	7	6.8	1.09	6.24
	4	8	7.4	1.14	6.49
3	1	9	6.0	0.93	6.45
	2	10	5.6	0.84	6.67
	3	11	7.5	1.09	6.88
	4	12	7.8	1.14	6.84
4	1	13	6.3	0.93	6.77
	2	14	5.9	0.84	7.02
	3	15	8.0	1.09	7.34
	4	16	8.4	1.14	7.37

Ahora es tiempo de pronosticar…

Para pronosticar series de tiempo…

- Se puede utilizar la regresión lineal simple.
- Se puede utilizar el suavizamiento exponencial.
- Otros métodos (la ciencia no es estática evoluciona, cada día se crean mejores formas de resolver problemas). Por eso siempre hay que estar investigando y actualizándose.

Cuadrática

$$W_t = \sqrt{Y_t}$$

Cúbica

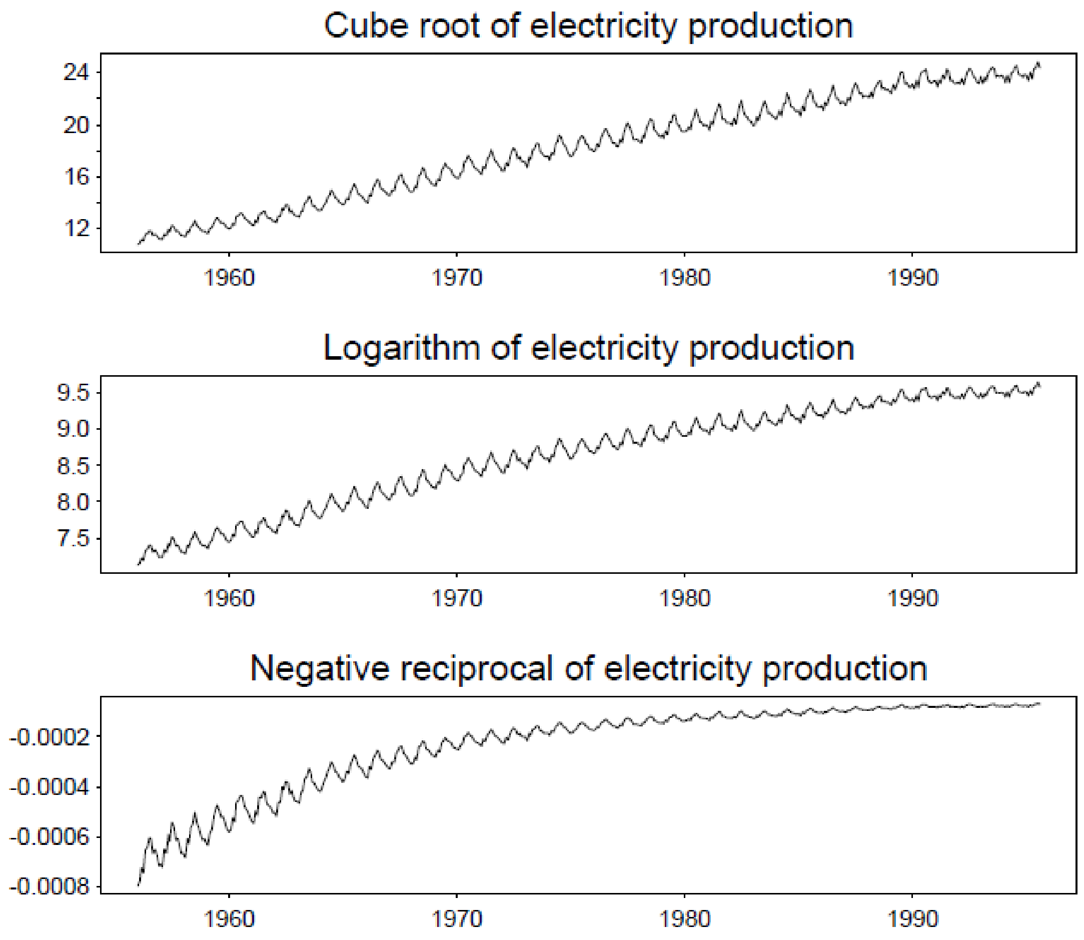
$$W_t = \sqrt[3]{Y_t}$$

Logarítmica

$$W_t = \log(Y_t)$$

Inversa negativa

$$W_t = -1/Y_t$$



Ejercicio:

- Para los datos dados en el ejemplo anterior, obtenga la regresión lineal simple correspondiente para los datos: a) reales; b) suavizados; c) y des-estacionalizados.
- Obtenga el pronóstico para la observación, 17, 18 y 19 en los tres casos y compare los errores.
- Realice un ajuste estacional para el pronóstico (es decir multiplique el resultado de la recta de regresión des-estacionalizada y multiplique por el índice correspondiente).

OJO: una actividad similar probablemente examen.

Suavizamiento exponencial: otra forma de pronosticar…

$$\underbrace{F_{t+1}}_{\text{Pronóstico}} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\underbrace{F_t}_{\text{Pronóstico inmediato anterior}}$$

Peso del suavizamiento. Entre 0 y 1.

Valor real

Mes	Observación	Metros de tela producidos	Suavizamiento exponencial		
			$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$
Jan	1	200.0	—	—	—
Feb	2	135.0	200.0	200.0	200.0
Mar	3	195.0	193.5	167.5	141.5
Apr	4	197.5	193.7	181.3	189.7
May	5	310.0	194.0	189.4	196.7
Jun	6	175.0	205.6	249.7	298.7
Jul	7	155.0	202.6	212.3	187.4
Aug	8	130.0	197.8	183.7	158.2
Sep	9	220.0	191.0	156.8	132.8
Oct	10	277.5	193.9	188.4	211.3
Nov	11	235.0	202.3	233.0	270.9
Dec	12	—	205.6	234.0	238.6

Arrastramos el dato de enero como el pronóstico de febrero

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t$$

Ffeb=0.1(135)+(0.9)(200)=193.5

Fmarzo=0.1(195)+0.9(193.5)=193.65≈193.7

El método de pronóstico de Holt

$$L_t = \alpha\,{}_t + (1 - \alpha)F_{t-1}$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

$$F_{t+1} = L_t + b_t$$

$$L_1 = d_1,\ b_1 = d_2 - d_1$$

$$\alpha \quad \beta \in (0, 1)$$

$\alpha \quad \beta$ Coeficientes de suavizamiento exponencial

$L_t = tendencia\ actual$

$b_t = término\ independiente$

$L_{t-1} = tendencia\ anterior$

$b_{t-1} = término\ independiente\ anterior$

$F_{t+1} = pronóstico$

$d_t = dato\ real$

Period (t)	Observed data (Y_t)	Smoothing of data (L_t)	Smoothing of trend (b_t)	Forecast when m = 1 (F_t)
1	143	143.00	9.00	—
2	152	152.00	9.00	152.00
3	161	161.00	9.00	161.00
4	139	154.47	7.88	170.00
5	137	149.64	6.96	162.34
6	174	165.32	7.59	156.60
7	142	157.42	6.47	172.91
8	141	152.42	5.64	163.89
9	162	160.03	5.78	158.06

$$\alpha = 0.501 \text{ and } \beta = 0.072.$$

Compruebe usted estos pronósticos mediante Holt.

Tabla 19.8. Cálculos del crédito al consumo pendiente basados en el m
de Holt-Winters ($\alpha = 0{,}3$, $\beta = 0{,}4$) y realizados a partir de la salida Min

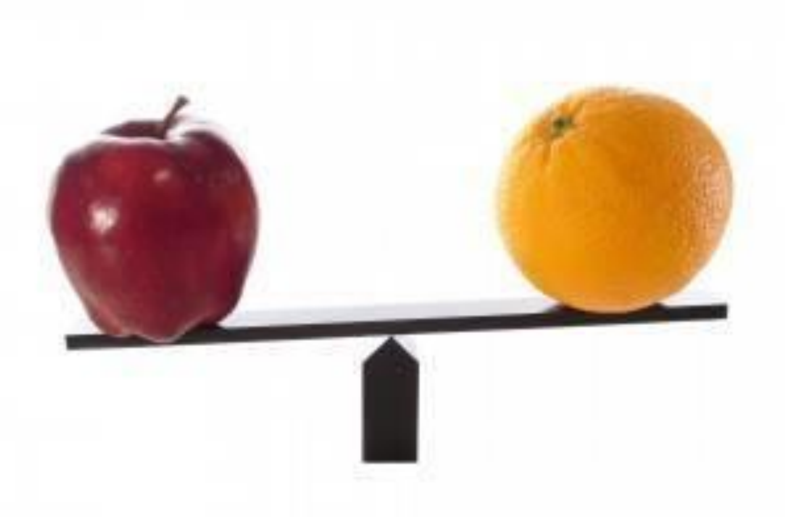
t	x_t	$\hat{x}_t$	T_t
1	133		
2	155	155	22
3	165	169	17
4	171	175	11
5	194	192	14
6	231	223	25
7	274	266	36
8	312	309	40
9	313	324	25
10	333	338	18
11	343	347	13

Compruebe usted estos pronósticos mediante Holt.

Revisar el link:
http://www.zaitunsoftware.com

Tarea

Comparar los resultados del software con los obtenidos en esta tabla.



Period X_i	Sales Y_i	Estimated sales $\hat{Y}_i$
1	30	26.73
2	20	30.12
3	45	33.52
4	35	36.91
5	30	40.30
6	60	43.70
7	40	47.09
8	50	50.48
9	45	53.88
10	65	57.27

Fin unidad 1